17/11/2022. Recuperatorio de Análisis Matemático III. Cursos 5 A y B.

1. Dada la función $f(z) = \dfrac{z+2}{z^2(z+1)} + \dfrac{\pi}{z^2}e^{2/z}$. Hallar la parte principal de su serie de Laurent válida en un entorno de $z = 0$, indicando la región de convergencia. A partir de ésta, **a)** determinar el tipo de singularidad en $z = 0$. **b)** hallar el valor del residuo de $f(z)$ en $z = 0$.

2. Analizar correctamente la convergencia de las integrales; $I_m = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sen(x)dx}{(x^m + x)}$ para los valores m =1, 2. Elija una de las integrales que converja y calcúlela utilizando variable compleja.

3. Se tiene la función $f(z) = -i\overline{z} + \dfrac{cosh(z)}{z^2+1}$ y dos curvas $C_1 : \{|z-i| = 1\}$ y $C_2 : \left\{|z - i\sqrt{2}| = \sqrt{2}\right\}$. **a)** Analizar si la función es holomorfa en algún punto en $\mathbb{C}$. **b)** Hallar $\Omega = \displaystyle\int_{C_2} f(z)dz - \int_{C_1} f(z)dz$

4. Determinar para qué valores de $\omega \in \mathbb{R}$ la función $k(x,y) = e^x \dfrac{xcos(wy) + ysen(\omega y)}{x^2+y^2}$ puede ser parte la parte real de una función analítica $f(z)$ y hallarla. Calcular $\displaystyle\int_{|z|=2} \frac{f(z)}{z-i}dz$

5. Dada $g(z) = \dfrac{2z+1}{z(z+2)}$, hallar un desarrollo en serie de Laurent de la forma $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n\,(z+2)^n$ tal que la serie $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\,a_n$ sea absolutamente convergente. Indicar su dominio de convergencia y evaluar $S = \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\,a_n$

17/11/2022. Recuperatorio de Análisis Matemático III. Cursos 5 A y B.

1. Dada la función $f(z) = \dfrac{z+2}{z^2(z+1)} + \dfrac{\pi}{z^2}e^{2/z}$. Hallar la parte principal de su serie de Laurent válida en un entorno de $z = 0$, indicando la región de convergencia. A partir de ésta, **a)** determinar el tipo de singularidad en $z = 0$. **b)** hallar el valor del residuo de $f(z)$ en $z = 0$.

2. Analizar correctamente la convergencia de las integrales; $I_m = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sen(x)dx}{(x^m + x)}$ para los valores m =1, 2. Elija una de las integrales que converja y calcúlela utilizando variable compleja.

3. Se tiene la función $f(z) = -i\overline{z} + \dfrac{cosh(z)}{z^2+1}$ y dos curvas $C_1 : \{|z-i| = 1\}$ y $C_2 : \left\{|z - i\sqrt{2}| = \sqrt{2}\right\}$. **a)** Analizar si la función es holomorfa en algún punto en $\mathbb{C}$. **b)** Hallar $\Omega = \displaystyle\int_{C_2} f(z)dz - \int_{C_1} f(z)dz$

4. Determinar para qué valores de $\omega \in \mathbb{R}$ la función $k(x,y) = e^x \dfrac{xcos(wy) + ysen(\omega y)}{x^2+y^2}$ puede ser parte la parte real de una función analítica $f(z)$ y hallarla. Calcular $\displaystyle\int_{|z|=2} \frac{f(z)}{z-i}dz$

5. Dada $g(z) = \dfrac{2z+1}{z(z+2)}$, hallar un desarrollo en serie de Laurent de la forma $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n\,(z+2)^n$ tal que la serie $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\,a_n$ sea absolutamente convergente. Indicar su dominio de convergencia y evaluar $S = \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\,a_n$